## 1.1 Понятие вычислительных навыков в психолого-педагогической литературе и этапы его формирования

В современной методической и математической литературе понятие «вычислительный прием» определяется через понятие «вычислительный навык». Следовательно, мы считаем необходимым, изучить семантическое значение терминов, которые описывают понятие «вычислительный прием».

В педагогическом словаре Г. М. Коджаспривой, А. Ю. Коджаспироваприем определяется как:

1. относительно законченный элемент воспитательной технологии, зафиксированный в общей или личной педагогической культуре; способ педагогических действий в определенных условиях;
2. элемент метода, его составная часть, отдельный шаг в реализации

метода.

Вычислительные навыки рассматриваются как один из видов учебных навыков, функционирующих и формирующихся в процессе обучения.Они входят в структуру учебно-познавательной деятельности и существуют в

учебных действиях, которые выполняются посредством определенной системы операций.

Навык - это действие, доведенное до автоматизма; формируется путем

многократного повторения. В процессе обучения необходимо вырабатывать

навыки, особенно общеучебные, межпредметного значения: письменной и устной речи, решения задач, счета, измерений и т.д.

Вычислительный навык – это высокая степень овладения вычислительными приемами. Приобрести вычислительные навыки — значит, для каждого случая знать, какие операции и в каком порядке следует выполнять, чтобы найти результат арифметического действия, и выполнять эти операции достаточно быстро.

Формирование вычислительных навыков является одной из основных задач, которые должны быть разработаны в процессе обучения младших школьников. Эти навыки должны быть развиты сознательно и твердо, потому что они являются основой всего начального курса обучения математике. Именно сознательное использование методов вычисления становится возможным, поскольку программа включает в себя знакомство с некоторыми из наиболее важных свойств арифметических операций.

М. А. Бантова определила вычислительный навык как высокую степень овладения вычислительными приемами. «Приобрести вычислительные навыки — значит, для каждого случая знать, какие операции и в каком порядке следует выполнять, чтобы найти результат арифметического действия, и выполнять эти операции достаточно быстро».

Вычислительные навыки рассматриваются как один из видов учебных навыков, функционирующих и формирующихся в процессе обучения. Они входят в структуру учебно-познавательной деятельности и существуют в учебных действиях, которые выполняются посредством определенной системы операций.

Этапы формирования вычислительных навыков, которые выделяет известный методист М. А. Бантова:

*1. Подготовка к введению нового приёма.*

На этом этапе создается готовность к усвоению вычислительного приёма, а именно, учащиеся должны усвоить те теоретические положения, на которых основывается приём вычислений, а также овладеть каждой операцией, составляющей прием.

Например, можно считать, что ученики подготовлены к восприятию вычислительного приёма ±2, если они ознакомлены с конкретным смыслом действий сложения и вычитания, знают состав числа 2 и овладели вычислительными навыками сложения и вычитания вида ±1; готовностью к введению приёма внетабличного умножения (13 × 6) будет знание учащимся правила умножения суммы на число, знание десятичного состава чисел в пределах 100 и овладение навыками табличного умножения, навыками умноженная числа 10 на однозначные числа, навыками сложения двузначных чисел.

Центральное звено при подготовке к введению нового приёма - овладение учеником основными операциями.

*2. Ознакомление с вычислительным приёмом.*

На этом этапе ученики усваивают суть приёма: какие операции надо выполнять, в каком порядке и почему именно так можно найти результат арифметического действия.

При введении большинства вычислительных приёмов важно использовать наглядность. В некоторых случаях это оперирование множествами. Например, прибавляя к 6 число 3, придвигаем к 6 квадратам 3 квадрата по одному.

В других случаях в качестве наглядности используется развернутая запись. Например, при введении приёма внетабличного умножения выполняется запись:

13 × 6=(10 + 3) × 6=10 × 6 + 3 × 6 = 60 + 18 = 78

Выполнение каждой операции важно сопровождать пояснениями вслух. Сначала эти пояснения выполняется под руководством учителя, а потом самостоятельно учащимися.

*3. Закрепление знаний приёма и выработка вычислительного навыка.*

На этом этапе ученики должны твердо усвоить систему операций, составляющие приём, и быстро выполнить эти операции; то есть овладеть вычислительным навыком.

В процессе работы здесь важно предусмотреть этапы в становлении у учащихся вычислительных навыков:

1. На первом этапе закрепляется знание приема: учащиеся самостоятельно выполняют все операции, составляющие прием, комментируя выполнение каждой из них вслух и одновременно производя развернутую запись 34 × 5 = (30 + 4) × 5 = 30 × 5 + 4 × 5 = 3 × 10 × 5 + 20 = 3 × 5 × 10 + 20 = 15 × 10 + 20 = 150 + 20 = (100 + 50) + 20 = 100 + (50 + 20) = 100 + 70 = 170

2. На втором этапе происходит частичное свертывание выполнения операций: учащиеся про себя выделяют операции и обосновывают выбор, порядок их выполнения, вслух же они проговаривают выполнение основных операций, т.е. промежуточных вычислений. Надо учить детей выделять основные операции в каждом вычислительном приёме. Развёрнутая запись не выполняется. Сначала проговаривание ведётся под руководством учителя, а затем самостоятельно. Проговаривание вслух помогает выделить основные операции, а выполнение про себя вспомогательных операций способствует их свёртыванию.

34 × 5 = (30 + 4) × 5 = 30 × 5 + 4 × 5 = 150 + 20 = 170

3. На третьем этапе происходит полное свертывание выполнения операций: учащиеся про себя выделяют и выполняют все операции, т.е. здесь происходит свёртывание и основных операций. Учитель предлагает детям выполнять про себя и промежуточные вычисления, а называть или записывать только окончательный результат. 34 × 5 = 170

4. На четвёртом этапе наступает предельное свёртывание выполнения операций. Учащиеся выполняют все операции в свёрнутом плане, предельно быстро, т.е. они овладевают вычислительными навыками. Это достигается в результате выполнения достаточного числа тренировочных упражнений.

В системе Л. В. Занкова формирование навыков проходит три принципиально различных этапа.

Первый этап - осознание основных положений, лежащих в фундаменте выполнения операции, создание алгоритма ее выполнения. На этом этапе обязательно прослеживается, оценивается и создается каждый шаг в рассуждениях детей, устные рассуждения переводятся в запись математическими знаками. Отсюда вытекает характерный признак этого этапа - подробная запись выполнения операции, с которой в данный момент работают ученики. На этом этапе практически не используется прямой путь. Он возникает только при выполнении промежуточных, знакомых детям операций. Результатом этого этапа является выработка алгоритма выполнения операции и его осознание.

Главным направлением второго этапа является формирование правильного выполнения операции. Для достижения этой цели необходимо не только использование выработанного на 1 этапе алгоритма выполнения операции, но, может быть, в еще большей степени, свободная ориентация в ее нюансах, умение предвидеть. К чему приведет то или иное изменение компонентов операции. В силу этого на втором этапе используются оба пути формирования навыков, однако косвенный путь продолжает быть ведущим, прямой же используется в качестве подчиненного.

Третий этап формирования навыка нацелен на достижение высокого темпа выполнения операции. Именно на этом этапе на первый план выходит прямой путь формирования навыка. Главная задача учителя - построить работу так, чтобы дети хотели выполнять необходимые вычисления и получали от этого удовольствие.

На всех этапах формирования вычислительного навыка задачи по использованию вычислительных методов играют решающую роль, и содержание задач должно подчиняться целям, которые ставятся на соответствующем этапе. Важно, чтобы было достаточное количество задач, чтобы они были разнообразны как по форме, так и по числовым данным. Надо иметь в виду, что свёртывание выполнение операций не у всех учащихся происходит одновременно, поэтому важно время от времени возвращаться к полному объяснению и развёрнутой записи приёма. Продолжительность каждого этапа определяется сложностью приема, готовностью учащихся и целями, которые ставятся на каждом этапе. Правильное распределение этапов позволит преподавателю управлять процессом овладения учащимися вычислительной техникой, постепенно сворачивая выполнение операций и формирование вычислительных навыков

Под вычислительным приемом (ВП) понимают совокупность операций, приводящую к нахождению результата вычислений в выражениях определенного типа. В устных вычислениях чаще всего эта совокупность состоит из следующих операций:

* разбивка одного из чисел на части (разрядные слагаемые или удобные слагаемые, множители и др.), что приводит к получению составного выражения;
* применение свойства арифметического действия для изменения порядка действий в полученном составном выражении с целью применения удобного способа вычисления;
* выполнение во вновь полученном составном выражении вычислений по правилу порядка действий;
* применение ранее изученных вычислительных приемов.

Подробное проговаривание этих операций составляют полный, развернутый алгоритм рассуждений. Например, для вычислительного приема вида 40+12 он будет следующим. «Чтобы к 40 прибавить 12 можно, 12 разложить на сумму разрядных слагаемых 10 и 2 и эту сумму прибавить к числу 40. Получим составное выражение 40+(10+2). Чтобы вычислить значение этого составного выражения можно изменить в выражении порядок действий, применив правило прибавления суммы к числу (сочетательное свойство суммы). Удобно к числу 40 прибавить 10 и к полученному результату прибавить второе слагаемое 2. Получим второе составное выражение (40+10)+2. Вычислим значение этого выражения, применив правило порядка действий. Вычисляем: к 40+10=50, к 50+2=52. Значение суммы чисел 40 и 12 равно 52.» Символическая запись этого рассуждения имеет вид: 40+12=40+(10+2)=(40+10)+2=50+2=52. Такой алгоритм должен быть представлен детям на уроке ознакомления с вычислительным приемом, затем он постепенно сокращается и переходит в умственный план [11].

Oвладеть вычислительным приемoм, значит, для каждого вида вычислительногo приема знать, какие операции и в каком порядке следует выпoлнять, чтобы найти результат арифметического действия и выпoлнять эти операции достатoчно быстрo в развёрнутом и свёрнутом виде.

Вычислительный приём имеет название, теоретическую основу, алгоритм рассуждений и опирается на определенную совокупность базовых знаний. Название вычислительного приёма складывается из названия вида вычислений (письменные, устные), проговаривания действия, которое используется в вычислении (сложение, вычитание, умножение или деление) и названия чисел по их значности (однозначное, двузначное). Например: 371\*8 – письменное (вид вычисления) умножение (действие) трёхзначного числа на однозначное (названия чисел по их значности).

В основе методики формирования вычислительных умений и навыков положен принцип сведения нового вычислительного приема к ранее изученным. Это значит, что каждый ВП требует знания определенной совокупности базовых знаний, опираясь на которую можно организовать самостоятельную деятельность детей по открытию нового ВП и его осознанное усвоение. Например, для вычислительного приема «умножение двузначного числа на однозначное» (34•2) базовой может быть следующая совокупность знаний:

* разрядный состав чисел;
* свойство умножения суммы на число;
* правило порядка действий;
* умножение круглых десятков на однозначное число;
* табличные случаи умножения;
* сложение двузначных чисел.

Теоретической основой ВП могут служить свойства арифметических действий или следствия из них, с помощью которых данный вычислительный прием сводят к ранее изученным, и таким образом находят значение данного выражения. Например, для рассмотренного нами случая, теоретической основой является правило вычитания суммы из числа. Для вычислительного приема 540•60 – умножение трехзначного числа, оканчивающегося нулями на круглые десятки – теоретической основой может служить правило умножения числа на произведение, которое позволит свести данный вычислительный прием к ранее изученным: 540•6 – умножение трехзначного числа, оканчивающегося нулями на однозначное и 3240•10 – умножение числа на 10. 540•60=540•(6•10)=(540•6)•10=3240•10=32400 Именно этот подход фиксируется в записи при письменных вычислениях.

Один и тот же ВП может иметь несколько теоретических основ. Например, значение выражения 423+245 можно вычислить, используя сочетательное свойство сложения: 423+245=423+(200+40+5)=((423+200)+40)+5=(623 + 40)+5 =663+5=668.

Можно при рассуждениях опираться на знание вопросов, связанных с нумерацией чисел, а именно, знание поразрядного состава чисел, тогда рассуждаем так: 423+245=4 с. 2 д. 3 ед.+2 с. 4 д. 5 ед.=(4 с.+2 с.)+(2 д.+4 д.) +(3 ед.+5 ед.)=6 с. 6 д. 8 ед.=668 [11].

Вычислительные умения – это развёрнутое осуществление действия, в котором каждая операция осознаётся и конкретизируется. В отличие от умения вычислительные навыки характеризуются свёрнутым, в значительной мере автоматизированным выполнением действия с пропуском промежуточных операций, когда контроль переносится на конечный результат. Следует понимать, что каждый навык в процессе своего становления проходит стадию умения, и его формирование протекает по тем же этапам, что и умение.

## 1.2 Психолого-педагогические аспекты формирования вычислительных навыков у младших школьников в процессе обучения математике

Одной из главных задач начального обучения всегда была задача формирования у школьников прочных вычислительных навыков. В ФГОС НОО сказано, что, изучая математику, «учащиеся овладевают основами логического мышления, пространственного воображения и математической речи, измерения, пересчета, приобретают необходимые вычислительные навыки». Так как, навыки вычисления, наряду с навыками письма, чтения, являются межпредметными, используемыми не только при овладении математическим материалом, но и при изучении других школьных предметов. Также, вычислительные навыки необходимы в практической деятельности человека.

Важнейшими вычислительными умениями и навыками, которыми должны овладеть учащиеся начальной школы является:

* в первом классе учащиеся должны усвоить на уровне автоматизированного навыка таблицу сложения чисел в пределах 10 и соответствующие случаи вычитания;
* во втором классе, учащиеся должны усвоить на уровне автоматизированного навыка таблицу сложения однозначных чисел с переходом через десяток и соответствующие случаи вычитания; находить разность и сумму в пределах ста: в некоторых случаях - устно, в более тяжелых - письменно; таблицу умножения однозначных чисел и соответствующие случаи деления на уровне автоматизированного навыка;
* в третьем классе учащиеся должны уметь выполнять устно арифметические действия в пределах ста; выполнять письменно сложение и вычитание двухзначных и трехзначных чисел в пределах тысячи; уметь вычислять значения числовых выражений;
* в четвертом классе учащиеся должны уметь записывать и вычислять значения числовых выражений, содержащих 3-4 действия (со скобками и без них), выполнять устные вычисления в пределах ста, выполнять письменные вычисления (умножение и деление многозначных чисел, сложение и вычитание многозначных чисел).

Полноценный вычислительный навык обучающихся характеризуется следующими показателями: правильностью, осознанностью, рациональностью, обобщенностью, автоматизмом и прочностью.

Правильность – ученик правильно находит результат арифметического действия над данными числами, т.е. правильно выбирает и выполняет операции, составляющие прием.

Осознанность – ученик осознает, на основе каких знаний выбраны операции и установлен порядок их выполнения. Это для ученика своего рода доказательство правильности выбора системы операции. Осознанность проявляется в том, что ученик в любой момент может объяснить, как он решал пример и почему можно так решать. Это, конечно, не значит, что ученик всегда должен объяснять решение каждого примера. В процессе овладения навыком объяснение должно постепенно свертываться.

Рациональность – ученик, сообразуясь с конкретными условиями, выбирает для данного случая более рациональный прием, т. е. выбирает те из возможных операций, выполнение которых легче других и быстрее приводит к результату арифметического действия. Разумеется, что это качество навыка может проявляться тогда, когда для данного случая существуют различные приемы нахождения результата, и ученик, используя различные знания, может сконструировать несколько приемов и выбрать более рациональный. Как видим, рациональность непосредственно связана с осознанностью навыка.

Обобщенность – ученик может применить прием вычисления к большему числу случаев, т. е. он способен перенести прием вычисления на новые случаи. Обобщенность так же, как и рациональность, теснейшим образом связана с осознанностью вычислительного навыка, поскольку общим для различных случаев вычисления будет прием, основа которого - одни и те же теоретические положения.

Автоматизм (свернутость) – ученик выделяет и выполняет операции быстро и в свернутом виде, но всегда может вернуться к объяснению выбора системы операции. Осознанность и автоматизм вычислительных навыков не являются противоречивыми качествами. Они всегда выступают в единстве: при свернутом выполнении операции осознанность сохраняется, но обоснование выбора системы операции происходит свернуто в плане внутренней речи. Благодаря этому ученик может в любой момент дать развернутое обоснование выбора системы операции. Высокая степень автоматизации должна быть достигнута по отношению к табличным случаям. Здесь должен быть достигнут уровень, характеризующийся тем, что ученик сразу же соотносит с двумя данными числами третье число, которое является результатом арифметического действия, не выполняя отдельных операций. По отношению к другим случаям арифметических действий происходит частичная автоматизация вычислительных навыков: ученик предельно быстро выделяет и выполняет систему операций, не объясняя, почему выбрал эти операции и как выполнял каждую из них.

Прочность – ученик сохраняет сформированные вычислительные навыки на длительное время.

Традиционно считается, что необходимым качеством любых навыков, в том числе и вычислительных, является их прочность, то есть возможность правильно, достаточно быстро выполнить действие спустя некоторое время после прекращения их функционирования – использования в процессе вычислений [4].

В начальном курсе математики дети должны усвоить на уровне навыка:

* таблицу сложения и вычитания в пределах 10;
* таблицу сложения однозначных чисел с переходом через разряд и соответствующие случаи вычитания;
* таблицу умножения и соответствующие случаи деления.

Усвоение этих таблиц должно быть доведено до автоматизма. Иначе дети будут испытывать трудности при овладении различными вычислительными умениями, в каждое из которых в качестве операций входят вычислительные навыки.

Табличное умножение и деление – это случаи умножения однозначных натуральных чисел на однозначные натуральные числа, результаты которых находятся на основе конкретного смысла действия умножения – нахождение суммы одинаковых слагаемых (2•8, 8•2). Соответствующие этому случаи деления также называют табличными (16:2, 16:8) .

Учитывая специфику курса математики в начальных классах, можно выделить виды заданий, в основе которых лежит:

* запоминание таблицы арифметических действий;
* владение вычислительными приемами;
* связь определенного понятия с тем или иным арифметическим действием;
* непосредственное применение нужного правила;
* выделение различного и сходного;
* выделение какой-либо закономерности на основе наблюдений;
* косвенное применение того или иного правила;
* выяснение причинно-следственных связей.

Опираясь на методические разработки М. А. Бантовой, нами были выделены и представлены в таблице уровни и критерии сформированности вычислительного навыка.

Таблица 1 – Критерии и уровни сформированности вычислительного навыка

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Критерии | Высокий | Средний | Низкий |
| *1* | *2* | *3* | *4* |
| 1. Правильность | Ученик правильно находит результат арифметического действия. | Ребёнок иногда допускает ошибки в промежуточных операциях. | Ученик неверно находит результат арифметического действия. |
| 2. Осознанность | Ученик осознаёт, на основе каких знаний выбраны операции. Может объяснить решение примера. | Ученик осознаёт на основе каких знаний выбраны операции, но не может самостоятельно объяснить, почему решал так, а не иначе | Ребёнок не осознаёт порядок выполнения операций. |
| 3. Рациональность | Ученик, сообразуясь с конкретными условиями, выбирает для данного случая более рациональный приём.. | Ученик, сообразуясь с конкретными условиями, выбирает для данного случая рациональный приём, но в нестандартных условиях применить знания не может. | Ребёнок не может выбрать операции, выполнение которых быстрее приводит к результату арифметического действия. |
| 4. Обобщённость | Ученик может применить приём вычисления к большему числу случаев, то есть он способен перенести приём вычисления на новые случаи. | Ученик может применить приём вычисления к большему числу случаев только в стандартных условиях. | Ученик не может применить приём вычисления к большему числу случаев. |
| 5. Автоматизм | Ученик выделяет и выполняет операции быстро и в свёрнутом виде. | Ученик не всегда выполняет операции быстро и в свёрнутом виде. | Ученик медленно выполняет систему операций, объясняя каждый шаг своих действий |
| 6. Прочность | Ученик сохраняет сформированные ВН на длительное время. | Ученик сохраняет ВН на короткий срок | Ребёнок не сохраняет сформированные вычислительные навыки |

В качестве одного из показателей полноценного вычислительного навыка мы выделим контроль. При этом мы понимаем, что контроль - качественно иной показатель, чем выше упомянутые, а поэтому, его не следует располагать рядом с ними. Способность сознательно контролировать производимые операции, позволяет формировать вычислительный навык более высокого уровня, чем без наличия данного умения. Это значит, что все прежде раскрытые нами качественные характеристики, обнаруживаются при формировании вычислительного навыка на более высоком уровне. Из чего следует, что умение контролировать себя в процессе формирования вычислительного навыка требует от младшего школьника полноценного, осознанного, обобщённого и самостоятельного владения всеми операциями, устанавливающими процесс выполнения вычислительного приёма.

Влияние контроля должно находиться на каждом этапе выполнения вычислительного приёма. Только в таком случае вероятно непрерывное наблюдение хода выполнения учебных действий, своевременное обнаружение разнообразных больших и малых ошибок в их выполнении, а также внесение нужных поправок в них. Обнаруженная ошибка в ходе вычислений позволит сохранить ребёнку внутренние силы, предупредить преждевременную усталость. Для контроля при выполнении письменных расчетов целесообразно представить учащимся, как использовать основные сигналы, например, точки, которые предполагают, что единица, переданная через цифру, должна быть учтена.

В связи с этим необходимо больше внимания уделять вырабатыванию действия контроля. В процессе работы над вычислительными приёмами и навыками, так как организационное на уроке математики действие контроля, приводит к концентрации внимания всех обучающихся, формирует в практической деятельности любого учащегося умение рассуждать, исключает ошибки в тетрадях, что дает возможность совершенствовать умения осознанно выполнять вычислительные приёмы.

Выводы по главе 1

На уроке математики формирование вычислительных навыков занимает большое место. Овладение вычислительными навыками имеет большое образовательное, воспитательное и практическое значение:

* образовательное значение: устные вычисления помогают усвоить многие вопросы теории арифметических действий, а также лучше понять письменные приемы;
* воспитательное значение: устные вычисления способствуют развитию мышления, памяти, внимания, речи, математической зоркости, наблюдательности и сообразительности;
* практическое значение: быстрота и правильность вычислений необходимы в жизни, особенно когда письменно выполнить действия не представляется возможным (например, при технических расчетах у станка, в поле, при покупке и продаже).

Таким образом, формирование вычислительных навыков и умений – это сложный и очень длительный процесс. Результативность этого процесса зависит от личных особенностей ребенка, и от уровня его подготовки, и от способов организации вычислительной деятельности педагогом.

Вывод вышесказанному такой: формирование сильных вычислительных навыков на начальном этапе обучения позволит нам решить одну из главных педагогических задач математики в школе, а именно повысить вычислительную культуру младших школьников, которая является основой для изучения этого предмета и других учебных дисциплин в учебном заведении.